

# СО Д Е Р Ж А Н И Е

Предисловие . . . . .	5
-----------------------	---

## ЛЕКЦИИ ПО КОЛЕБАНИЯМ (1930—1932 гг.)

### Часть первая

#### КОЛЕБАНИЯ СОСРЕДОТОЧЕННЫХ СИСТЕМ

##### Первая лекция

Для теории колебаний характерно рассмотрение не состояния в данный момент, а процесса в целом. Общие закономерности теории колебаний. Теория колебаний и волновая механика. Содружество математики, физики и техники в теории колебаний . . . . .	11
---	----

##### Вторая лекция

Периодическая функция. Синусоидальная функция. Амплитуда, частота, циклическая частота, фаза. Диапазон частот, встречающихся в природе. Среднее, среднее квадратичное, эффективное значение. Сложение синусоидальных колебаний. Суперпозиция; неудачность термина «интерференция»; неаддитивность энергий. Сложение колебаний со случайными фазами; необходимость статистического постулата; аддитивность энергий в среднем; когерентные и некогерентные колебания . . . . .	15
--	----

##### Третья лекция

Задача об аппроксимации функций тригонометрическими полиномами. Теорема Фурье. Исторические замечания о понятии функции. Класс функций, разложимых в ряд Фурье. Метод комплексных величин; когда можно и когда нельзя его применять . . . . .	24
---	----

##### Четвертая лекция

Ряды Фурье (продолжение); явление Гиббса. Биения. Как мы узнаем направление на источник звука. «Гармоническое колебание с медленно меняющейся амплитудой и фазой». Критерий медленности определяется конкретной физической задачей. Кажущееся нарушение закона сохранения энергии при интерференции . . . . .	32
---	----

##### Пятая лекция

Почти-периодические функции. Сложение взаимно перпендикулярных гармонических колебаний одинакового периода. Сложение взаимно перпендикулярных колебаний, имеющих различные периоды. Соизмеримость и несоизмеримость периодов. Радиоприем «посредством биений». Роль нелинейности. Детекторы. Выпрямление. Образование разностного тона. Некоторые методы экспериментального исследования колебаний . . . . .	41
--	----

## Шестая лекция

Теория колебаний маятника, данная Галилеем. Теория колебаний маятника, основанная на законе сохранения энергии. Роль маятника в истории физики. Гармонические колебания механических систем, в которых сила определяется упругими деформациями. Колебания в контуре, обладающем емкостью и индуктивностью. Общие замечания о колебаниях около устойчивого положения равновесия. Кажущееся однообразие электрических колебательных систем . . . . . 50

## Седьмая лекция

Примеры механических колебательных систем. Вал с двумя дисками и его электрическая модель. Осторожность, необходимая при идеализациях. Пример Бореля. «Неестественные» начальные условия в случае груза, висящего на пружине. Электрическая аналогия этого случая. Качественное исследование движений нелинейной консервативной системы с одной степенью свободы с помощью интеграла энергии: неограниченное одностороннее движение, либрационное движение, лимитационное движение. Применение общей теории к гармоническому осциллятору и к маятнику 60

## Восьмая лекция

Иллюстрации к качественной теории Вейерштрасса. Наглядное представление и математическая теория. Представление движения на фазовой плоскости. Особые точки и замкнутые интегральные кривые нелинейного дифференциального уравнения 71

## Девятая лекция

Изображение движения на фазовой плоскости (продолжение). Особые точки и замкнутые кривые. Фазовая картина некоторых консервативных систем. Теорема вириала и ее применение к кинетической теории газов . . . . . 80

## Десятая лекция

Применения теоремы вириала (продолжение). Пример Богуславского. Идеальный газ. Твердое тело. Статистический постулат Больцмана. Вычисление средней энергии осциллятора. Классическая теория теплоемкости твердого тела; ее неудовлетворительность. Равновесное излучение. Вопрос о распределении энергии в его спектре. Классическая теория; ее неудовлетворительность. Статистический постулат Планка; квантование энергии осциллятора . . . . . 91

## Одиннадцатая лекция

Вычисление средней энергии квантованного осциллятора. Квантовые формулы для спектральной плотности равновесного излучения и для энергии твердого тела. Понятие адиабатического инварианта. Адиабатическая инвариантность отношения средней кинетической энергии к частоте (на примерах) . . . . . 100

## Двенадцатая лекция

Адиабатические инварианты (окончание): квантование осциллятора по Планку и теория адиабатических инвариантов; гипотеза Эренфеста. Квантование осциллятора в волновой механике. Колебательные системы с одной степенью свободы с учетом трения (сопротивления). Отрицательное сопротивление и второй закон термодинамики. Коэффициент полезного действия процесса зарядки конденсатора аккумуляторной батареей. Затухающие колебания: коэффициент затухания; логарифмический декремент. Маятник Фроуда . . . . . 108

## Тринадцатая лекция

Затухающие и нарастающие колебания в линейной системе. Маятник Фроуда (продолжение). Ламповый генератор. Невозможность незатухающих колебаний в линейной неконсервативной системе. Нелинейная задача о системе с постоянным трением. Разрывная идеализация характеристики электронной лампы . . . . . 120

## Четырнадцатая лекция

- Идеализированный ламповый генератор. Периодическое движение. Его устойчивость. Процесс установления колебаний. Предел применимости идеализации. Изменение мощности генератора при параллельном включении нескольких ламп. Коэффициент полезного действия генератора. Линейная система с одной степенью свободы; случай, когда движения апериодичны. Действие внешней периодической силы на линейную систему с одной степенью свободы; предварительное понятие о резонансе . . . . . 131

## Пятнадцатая лекция

- Действие внешней синусоидальной силы на линейную систему с одной степенью свободы. Установившиеся колебания. Энергетические соотношения. Резонанс для заряда (смещения) и для тока (скорости). Резонансные кривые. Измерение декремента. Фазовые соотношения. Измерение декремента с помощью электродинамометра . . . . . 141

## Шестнадцатая лекция

- Резонанс в технике. Резонанс в оптике; фазовые соотношения. Неустановившийся режим; нарастание колебаний в затухающем осцилляторе. Резонанс в незатухающем осцилляторе. Мнимое опровержение теории относительности. Сила, состоящая из ряда синусоидальных составляющих. Физическое значение разложения Фурье. Противоречие между требованиями селективности и правильного воспроизведения модуляции. Ошибочная точка зрения Флеминга в вопросе о реальности боковых полос . . . . . 151

## Семнадцатая лекция

- Действие помех на линейную колебательную систему с одной степенью свободы. Увеличение отношения сигнал/помеха при уменьшении затухания . . . . . 161

## Восемнадцатая лекция

- Уравнение колебаний маятника с горизонтально и вертикально колеблющейся точкой подвеса. Контур с периодически меняющейся емкостью. Теория линейного дифференциального уравнения второго порядка с периодическими коэффициентами . . . . . 164

## Девятнадцатая лекция

- Примеры систем с периодически меняющимся параметром. Параметрический резонанс; его отличие от «обычного» резонанса. Физическое объяснение простейшего случая параметрического резонанса. Частотная модуляция. Ошибочное мнение о возможности сузить интервал частот, нужный для радиопередачи, посредством перехода к частотной модуляции. Асимптотическое решение для медленного изменения частоты и его разложение на синусоидальные составляющие. Как правильно записать «синусоидальное колебание с переменной частотой». Когда имеет смысл говорить о «синусоидальном колебании с переменной частотой» . . . . . 172

## Двадцатая лекция

- Интеграл Фурье. Разложение в интеграл Фурье отрезка синусоиды. Несовместимость монохроматичности и концентрированности сигнала. Аналогия с соотношением неопределенностей в волновой механике. Рассмотрение действия произвольной внешней силы на гармонический осциллятор без разложения в спектр . . . . . 182

## Двадцать первая лекция

- Реальность синусообразных слагаемых в интеграле Фурье. Применения гармонических резонаторов в регистрирующих приборах. «Молоточек» Н. Н. Андреева. Ток в ускоренно движущемся электрическом контуре; инерция электронов. Аналогия в вопросах колебаний . . . . . 194

### Двадцать вторая лекция

Понятие о связях в механике. Связи голономные, неголономные и полуголономные. Полуголономные связи в электрических системах. Уравнения Лагранжа — Максвелла. Условие устойчивости Дирихле. Кинетическая и потенциальная энергия как квадратичные формы. Относительность рода связи . . . . . 204

### Двадцать третья лекция

Математическая теория линейной консервативной системы с двумя степенями свободы. Нормальные колебания. Секулярное уравнение. Связь между парциальными и нормальными частотами. Нормальные координаты. Общее решение как суперпозиция нормальных колебаний . . . . . 214

### Двадцать четвертая лекция

Циклические координаты. Решение уравнений для линейной системы с двумя степенями свободы (без трения). Нормальные колебания; их частоты и распределения. Нормальные координаты. Нормальные частоты как экстремумы отношения двух квадратичных форм. Разделение систем на парциальные системы . . . . . 221

### Двадцать пятая лекция

Случай вырождения — случай двух одинаковых нормальных частот. Еще раз о парциальных системах и парциальных частотах. Задача о взаимодействии парциальных систем. Слабая и сильная связь; слабая и сильная «связанность». Нормальные колебания и перекачка энергии в случае слабой и сильной «связанности». Парадокс, связанный с полной перекачкой энергии при сколь угодно слабой связи . . . . . 229

### Двадцать шестая лекция

Примеры, где существенное значение имеет распределение нормальных колебаний. Когда можно приближенно рассматривать связанные колебания как вынужденные. Приближенное вычисление изменения нормальной частоты при малом изменении параметра. Вырожденный случай. Эффект слабой связи в теории возмущений. Вынужденные колебания в системе с двумя степенями свободы. Теорема взаимности. Резонанс. Успокоение . . . . . 238

### Двадцать седьмая лекция

Механические успокоители и электрические «пробки». Отсутствие резонанса при совпадении частоты внешней силы с одной из нормальных частот в случае внешней силы, ортогональной к нормальному колебанию. Линейная система с двумя степенями свободы при наличии трения. Метод, позволяющий находить интегральные эффекты, не решая дифференциального уравнения . . . . . 247

### Двадцать восьмая лекция

Затухающие колебания системы с двумя степенями свободы. Оптические применения теории связанных колебаний. Примеры систем с большим числом степеней свободы. Самовозбуждение систем с произвольным числом степеней свободы; условия Раута — Гурвица. Случай кратных корней; ошибка Лагранжа . . . . . 256

### Двадцать девятая лекция

Системы со многими степенями свободы; кратные корни (повторение). Использование симметрии для отыскания формы и частоты колебаний. Введение в теорию кристаллических решеток. Квантовая теория теплоемкости кристаллов. Работа Эйнштейна. Приближенный прием Дебая. Решение дискретной задачи Борном и Карманом. Одномерная модель кристалла, состоящего из двух сортов атомов. Дебаевский и борновский спектры . . . . . 265

## Тридцатая лекция

- Одномерная модель кристалла, состоящего из двух сортов атомов (продолжение). Подробное исследование типов колебаний и строения спектра. Акустические и внутримолекулярные колебания. Принципиальное отличие от теории, не учитывающей атомистическую структуру. Переход к случаю, когда все атомы имеют одинаковую массу. Задача об электрических фильтрах . . . . . 274

## Тридцать первая лекция

- Фильтры (продолжение). Задача о собственных колебаниях; граничные условия. Аппроксимация кабеля одной ячейкой и многими ячейками. Фильтр как передающая система. Критическая частота; условия пропускания. «Обратный» фильтр. Физическое объяснение действия фильтров. Вычисление напряжения на конце фильтра в области пропускания. Резонанс . . . . . 287

## Тридцать вторая лекция

- Фильтры (окончание). Исследование «прямого» фильтра при частоте выше критической. Распределение напряжения по ячейкам. Напряжение на конце. Поведение реальных фильтров при очень высоких частотах. Акустический резонатор и акустический фильтр. Механический фильтр В. Ф. Миткевича. Общие замечания о теории колебаний. Переход к распределенным системам. Разложимость произвольной функции по собственным функциям сплошной колебательной системы . . . . . 295

## Часть вторая

## КОЛЕБАНИЯ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СИСТЕМ

## Первая лекция

- Теория относительности утверждает, что не существует абсолютно твердых тел. Различные подходы к задаче о колебаниях твердого тела. Предельный переход к сплошной среде в решении задачи об одномерной упругой цепочке. Вывод уравнения стержня из теории континуума. Замечания о понятии скорости волны. Производная для данного места и для данной частицы. Изотермический и адиабатический модули Юнга . . . . . 306

## Вторая лекция

- Уравнения гидродинамики и вывод из них волнового уравнения. Определение понятия скорости волны. Скорость звука в газах, по Ньютону и по Лапласу. «Элементарный» вывод уравнений двухпроводной электрической линии. Критика этого вывода. Правильная постановка задачи на основе теории Максвелла . . . . . 314

## Третья лекция

- Рассмотрение двухпроводной линии на основе теории Максвелла. Статические задачи. Динамические задачи. Волновое уравнение. Условие применимости домаксвелловского рассмотрения. Постановка математической задачи о колебаниях распределенной системы; граничные и начальные условия . . . . . 327

## Четвертая лекция

- Некоторые замечания о неоднородной электрической задаче. Различные краевые условия. Доказательство единственности решения и его связь с законом сохранения энергии. Способ Бернулли: разделение переменных. Постановка краевой задачи. Понятие о собственных значениях и собственных функциях . . . . . 338

## Пятая лекция

- Уравнение, сходное с уравнением Шрёдингера. Периодические краевые условия. Собственные числа оператора. Основные свойства собственных чисел задачи Штурма — Лиувилля. Вопрос о разложимости функции в ряд по собственным функциям задачи Штурма — Лиувилля. Вопрос сходимости . . . . . 349

## Шестая лекция

- Задача об однородном стержне с закрепленными концами. Частоты и формы колебаний. Свойства, типичные и нетипичные для общего случая задачи Штурма — Лиувилля. Случай свободных концов. Случай, когда один конец свободен, а другой — закреплен. Случай электрической линии, нагруженной конденсатором. Случай электрической линии, нагруженной катушкой самоиндукции . . . . . 359

## Седьмая лекция

- Дополнительные замечания о граничных условиях. Однопроводная электрическая система. Понятие о решении Абрагама. Метод Даламбера. Начальные и граничные условия. Скорость фронта волны в неоднородной системе . . . . . 369

## Восьмая лекция

- Положительность собственных значений задачи Штурма — Лиувилля. Каждому собственному значению соответствует одна собственная функция. Экстремальное свойство основного собственного значения. Его применение для приближенной оценки основной частоты. Свойства ортогональности собственных функций и их физический смысл . . . . . 378

## Девятая лекция

- Уравнение для отыскания собственных значений. Случай, когда нет собственных значений. Случай, когда любое число является собственным значением. Вычисление решений дифференциального уравнения в виде ряда по степеням параметра. Теорема о существовании бесчисленного множества собственных значений задачи Штурма — Лиувилля (начало) . . . . . 388

## Десятая лекция

- Окончание доказательства основной теоремы о собственных значениях задачи Штурма — Лиувилля. Число узлов собственных функций. Оценки собственных значений. Изменение собственных значений при изменении параметров. Массы и индуктивности на концах распределенной системы . . . . . 397

## Одиннадцатая лекция

- Роль интегральных уравнений для физики. Функция Грина для струны или стержня; ее зависимость от граничных условий. Функция Грина в теории потенциала. Свойство симметрии функции Грина. Интегральное уравнение для динамической задачи о колебаниях струны или стержня. Симметризация ядра уравнения . . . . . 407

## Двенадцатая лекция

- Невозможность построить функцию Грина в случае стержня со свободными концами. Предельный переход от задачи о колебаниях дискретной цепочки к интегральному уравнению колебаний стержня. Эквивалентность интегрального уравнения и дифференциальной схемы задачи Штурма — Лиувилля. Пример физической задачи другого типа, приводящей к интегральному уравнению: задача об идеальном оптическом изображении . . . . . 417

## Тринадцатая лекция

Дополнительные замечания по теории интегральных уравнений. Вопрос о возможности разложения произвольной функции, удовлетворяющей краевым условиям, по собственным функциям краевой задачи . . . . . 427

## Четырнадцатая лекция

Краткое резюме содержания предыдущей лекции. Вопрос об аппроксимации функции конечным числом членов ряда. Полнота системы собственных функций. Вопрос об условиях разложимости и быстроте сходимости ряда. Распределение амплитуд гармоник в зависимости от начальных условий. Пример струны, возбуждаемой щипком и ударом. Электрический аналог возбуждения ударом. Влияние ширины интервала возбуждения при ударе . . . . . 433

## Пятнадцатая лекция

Замечания о собственных колебаниях. Вынужденные колебания. Однородное и неоднородное интегральное уравнение, альтернатива. Случай, когда внешняя сила ортогональна к собственному колебанию. Альтернатива в случае дискретной системы. Нарастающие решения при резонансе. Форма колебаний при очень малой частоте внешней силы. Форма колебаний вблизи резонанса. Зависимость амплитуды вынужденного колебания от формы внешней силы . . . . . 444

## Шестнадцатая лекция

Нарастание колебаний при резонансе. Случай, когда внешняя сила сосредоточена на малом участке. Рассмотрение того же случая с помощью дифференциального уравнения. Зависимость амплитуды от места возбуждения. Случай, когда задано движение в точке. Изменение числа узлов при повышении частоты внешней силы. Сравнительная оценка интегральных и дифференциальных уравнений. Интегральные уравнения колебаний стержня и мембраны. Приведение задачи теории потенциала к интегральным уравнениям . . . . . 452